Notas de aula
Testes de Hipóteses

Idemauro Antonio Rodrigues de Lara

1. Fundamentos

- O que é uma hipótese?

HIPÓTESE → PALAVRA DE ORIGEM GREGA → **BASE, FUNDAMENTO, PROPOSIÇÃO.**

Hipótese → Pensamento indutivo → Inferência

2. Fases do método científico

Definição do problema

↓

Pesquisa sobre o assunto

↓

Coleta de Dados

↓

Formular e testar hipóteses

↓

Tomar decisão

Hipótese verdadeira

Hipótese falsa

3. Hipótese estatística

- Os estatísticos transformam a “hipótese científica” em uma **hipótese estatística.**

- **Hipótese estatística** é uma afirmação em relação a distribuição de probabilidades de uma ou mais variáveis aleatórias.

4. Exemplos

- A companhia de transportes afirma que, em média, o intervalo entre ônibus sucessivos é de 15 minutos. Uma associação de moradores acha que a pontualidade é muito importante e pretende testar a afirmação.

- Um fabricante afirma que sua vacina previne 80% dos casos de certa doença. Um grupo de médicos desconfia que a vacina não é tão eficiente assim.

- A distribuição dos pesos dos alunos da USP é normal.

5. Tipos de hipóteses

- As hipóteses podem ser classificadas como **simples** ou **compostas.**

Hipótese **H**

$$\theta = \theta_0 \longrightarrow$$ **hipótese simples**

$$\theta > \theta_0$$

$$\theta < \theta_0$$

$$\theta \neq \theta_0$$

hipóteses compostas

6.Hipóteses nula e alternativa

- Há sempre duas hipóteses envolvidas numa tomada de decisão.

- ***Ho*** $\rightarrow$ **hipótese de nulidade** $\rightarrow$ é a hipótese principal, em geral é aquela que afirma uma situação normal (postulada) ou ainda, é aquela que iguala o parâmetro a ser testado a algum valor referencial.

- ***Ha*** $\rightarrow$**hipótese alternativa** $\rightarrow$ é aquela que se opõe à hipótese de nulidade, de acordo com alguma informação obtida da amostra. Em geral, representa a suposição que o pesquisador quer provar.

7. Teste de uma hipótese H

- Um teste de uma hipótese H é uma regra de decisão que permite rejeitar ou não a hipótese H, com base na informação extraída da amostra da população.

- Para se testar hipóteses usam-se testes estatísticos: um conjunto de procedimentos para se decidir qual das duas hipóteses contraditórias é a mais correta. Há uma margem de incerteza associada à tomada de decisão.

8. Tipos de testes estatísticos

Em geral, os testes estatísticos podem ser classificados em:

- **Testes paramétricos**
- **Testes não paramétricos**

9. Tipos de erros

Há dois possíveis tipos de erros associados a um teste de hipóteses

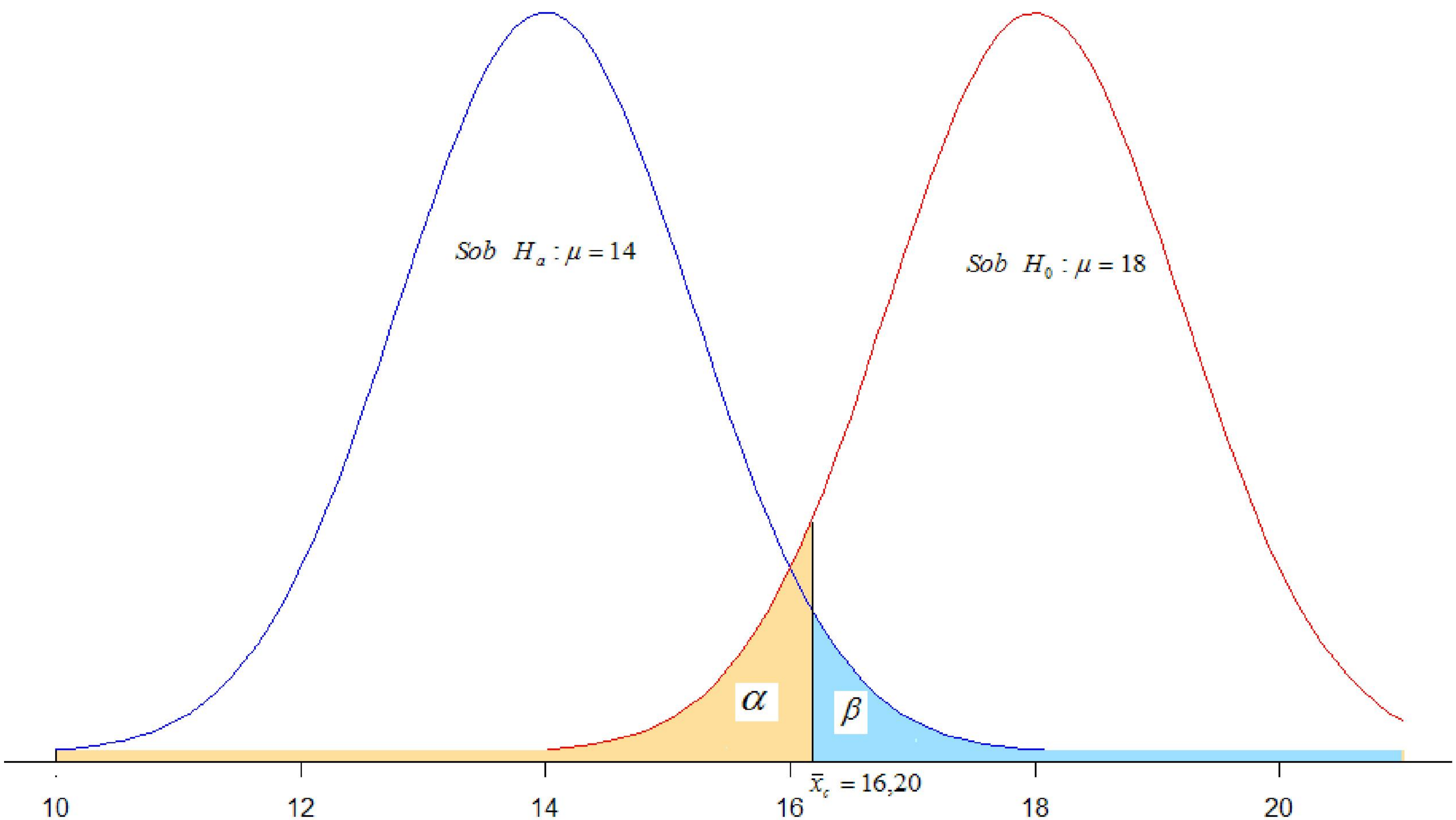
- **Erro tipo I** - rejeitar a hipótese nula, sendo ela verdadeira;

- **Erro tipo II** - não rejeitar a hipótese nula, sendo ela falsa.

Quadro: Decisão e tipos de erros

		Realidade	
		H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
Decisão	Rejeitar H_0	Erro tipo I (α)	Decisão Correta ($1 - \beta$)
	Não rejeitar H_0	Decisão Correta ($1 - \alpha$)	Erro tipo II (β)

Figura 1 – Relação entre os erros



Nível de significância e Região Crítica (R.C.)

- Nível de significância α: é a probabilidade de se cometer erro tipo I (principal tipo de erro a ser controlado):

$$\boxed{\alpha = P[\text{erro tipo I}] = P[\text{rejeitar Ho} \mid \text{Ho verdadeira}]}$$

- **Região Crítica** é a região do espaço amostral associado à amostra aleatória que contém valores amostrais para os quais rejeita-se Ho.

10. Procedimento clássico de um teste de hipóteses

- Enunciar Ho e Ha ;
- Especificar α e a forma da R. C., com base em Ha (teste unilateral ou bilateral);
- Identificar o estimador, sua distribuição amostral e calcular sob H_o verdadeira, a estatística do teste;
- Tomar a decisão: se a estimativa pertence à R.C., rejeitar H_o.

11. Teste para a proporção (n>30)

1. Hipóteses:

$$H_0 : p = p_0 \qquad H_a \begin{cases} p < p_0 \\ p > p_0 \\ p \neq p_0 \end{cases}$$

2. Fixar α e com base em Ha, construir R.C.
3. Calcular a estatística do teste, sob Ho verdadeira:

$$z_{obs} = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

4. Se z_{obs} pertence à R.C., rejeita-se H_o.

EXEMPLO - (Magalhães e Lima, 2002, pág. 255)

Um relatório de uma companhia afirma que 40% de toda água obtida, através de poços artesianos no nordeste, é salobra. Há muitas controvérsias sobre essa afirmação, alguns dizem que a proporção é maior, outros dizem que a proporção é menor. Para dirimir as dúvidas, 400 poços foram sorteados e observou-se, em 120 deles, água salobra. Qual seria a conclusão ao nível de 3%?

12. Teste para a média, pressupondo normalidade e variância conhecida (ou amostras grandes)

1. Hipóteses:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad H_a \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

2. Fixar α e com base em Ha, construir R.C.
3. Calcular a estatística do teste, sob Ho verdadeira:

$$z_{obs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

4. Se zobs pertence à R.C., rejeita-se Ho.

13. Teste para a média, pressupondo normalidade e variância desconhecida (n < 30).

1. Hipóteses:

$$H_0: \mu = \mu_0 \qquad H_a \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

2. Fixar α e com base em Ha, construir R.C.
3. Calcular a estatística do teste, sob Ho verdadeira:

$$t_{obs} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

4. Se t_{obs} pertence à R.C., rejeita-se Ho.

Exemplo

A produção diária de lixo em municípios pequenos (com população até 20.000 habitantes) historicamente tem sido considerada normal com média de 5 toneladas/dia. Gestores ambientais do conglomerado de municípios acreditam que esta média é maior e para tanto selecionaram uma amostra de dez municípios, para os quais foram obtidos:

6,33 5,29 5,26 6,13 5,61 5,06 4,47 5,77 5,09 6,86

Adotando-se o nível de significância de 5% qual seria a conclusão?

14. Procedimento computacional: p-valor ou nível descritivo de um teste

Definição:

$$p - valor = \alpha^* = P(valores\ desfavoráveis \,|\, H_0 verd)$$

Quadro resumo: Nível descritivo e tomada de decisão

p-valor ou nível descritivo	evidências contra H_0
$p < 0{,}01$	muito forte
$0{,}01 \leq p < 0{,}05$	forte
$0{,}05 \leq p < 0{,}10$	moderada
$p > 0{,}10$	fraca

Exemplo – saída computacional R

```
 y=c(6.33, 5.29, 5.26, 6.13, 5.61, 5.06, 4.47, 5.77, 5.09, 6.86)
 mean(y)
[1] 5.587
 sd(y)
[1] 0.7046678

 t.test(y, mu=5.0, alternative="greater", conf.level=0.95)
        One Sample t-test

data:  y
t = 2.6342, df = 9, p-value = 0.01358
alternative hypothesis: true mean is greater than 5
95 percent confidence interval:
 5.178517      Inf
sample estimates:
mean of x
    5.587
```

Outro exemplo: teste não paramétrico

- Analisar a normalidade das alturas dos alunos da USP, a partir de uma amostra de 50 alunos.

As hipóteses:

Ho: As alturas têm distribuição normal;

Ha: As alturas seguem outro modelo probabilístico

A saída computacional:

```
shapiro.test(alturas)
Shapiro-Wilk normality test
data:  alturas
W = 0.9882, p-value = 0.8966
```

Referências

Andrade, D. F.; Ogliari, P.J. **Estatística para as ciências agrárias e biológicas.** Ed. UFSC, 2010.

Bussab, W. O; Morettin, P.A. **Estatística Básica.** São Paulo, Saraiva, 5 ed. 2002.

Magalhães, M. N; Lima, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**, Edusp, 2002**.**