

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Departamento de Ciências Exatas

Prova de Admissão para o Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica – 3/11/2005

Nome: _____

1) Seja

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- (a) A matriz A é não-singular? Por que?
- (b) Encontre os autovalores (λ_1 e λ_2) e os autovetores normalizados (c_1 e c_2) de A .
- (c) A matriz A é positiva definida? Por que?
- (d) Mostre que $tr(A) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i$ e que $det(A) = \prod_{i=1}^2 \lambda_i$
- (e) Mostre que a matriz simétrica A pode ser escrita como $A = \lambda_1 c_1 c_1' + \lambda_2 c_2 c_2' = CDC'$ (*decomposição espectral de A*), onde $C = [c_1, c_2]$ é a matriz *ortonormal* formada pelos autovetores normalizados de A e $D = diag(\lambda_1, \lambda_2)$.
- (f) Mostre que a matriz diagonal que exhibe os autovalores de A (simétrica) pode ser obtida por $D = C'AC$.
- (h) Se a matriz A for positiva definida, obtenha a sua *raiz quadrada* que é calculada como $A^{1/2} = CD^{1/2}C'$.

- 2) Os dados da tabela abaixo mostram as taxas de crescimento Y , de bactérias do tipo A e B, em instantes de tempo, igualmente espaçados.

Tipo de Bactéria	Tempo				
	-2	-1	0	1	2
A	8.0	9.0	9.1	10.2	10.4
B	10.0	10.3	12.2	12.6	13.9

a) Ajuste o modelo linear

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2 + \varepsilon,$$

aos dados, considerando que: $x_1=1$, se a bactéria é do tipo B e $x_1=0$ se é do tipo A e x_2 é o tempo codificado (isto é, $x_2 = -2, -1, 0, 1, 2$).

- b) Quais são os valores previstos pelo modelo no tempo 0, para a taxa de crescimento dos dois tipos de bactérias?
- c) Desdobre a soma de quadrados do modelo linear em efeitos devido a x_1 , x_2 e $x_1 x_2$ e apresente os testes relacionados.

3) Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição $N(\theta, 1)$ em que $\theta \in R$.

- a) Obter um estimador de máxima verossimilhança para $P(X_1 > 0)$.
- b) Existe um estimador não viciado de $P(X_1 > 0)$? Caso exista calcule-o.

4) Resolva as seguintes questões:

a) Determine a densidade de $Y = (b-a)X + a$, onde $X \sim U(0,1)$ e $a < b$.

b) Se X tem densidade $f(x) = \frac{\exp\{-|x|\}}{2}$, $-\infty < x < \infty$, qual a distribuição de $Y = |X|$?

5) Descreva o teste de falta de ajuste (suposições, hipóteses, quadro de análise etc) para um modelo de regressão linear simples.

6) Os dados que se seguem referem-se a espessura de toucinho (mm, Y) e peso no abate (libras, X) de leitões, alimentados com duas rações.

Ração 1		Ração 2	
Y	X	Y	X
42	206	33	167
38	261	34	192
53	279	38	204
34	221	33	197
35	216	26	181
31	198	28	178
45	277	37	236
43	250	31	204

Teste paralelismo, coincidência de retas para as duas rações. Proponha um modelo.

7) Em um experimento fatorial 2^3 , em blocos casualizados, são estudados os macro-nutrientes principais: N, P e K, nas doses 0 e 1. Apresente um grupo de confundimento para o caso de se confundir 1 G.L. da Interação $P \times K$, com blocos.

8) Em um experimento fatorial 3^3 , em blocos casualizados com confundimento de 2 G.L. da Interação $N \times P \times K$ com blocos, foram feitas 2 repetições. O quadro de valores referente à Interação $N \times P$ é:

	P_0	P_1	P_2	
N_0	32,0	35,0	42,0	
N_1	47,0	32,0	45,0	
N_2	55,0	33,0	52,0	

Pede-se:

- Obter as Somas de Quadrados para N, para P e para a interação $N \times P$.
- Obter a S.Q. Regressão Linear para N, sabendo que os coeficientes do polinômio são: -1; 0; +1.
- Obter o coeficiente de determinação linear para N.

9)

a) Seja $u = f(x-at) + g(x+at)$. Mostre que $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

b) Verifique se a função $\varphi(x) = e^{x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt + e^{x^2}$ é solução da equação $y' - 2xy = 1$ no intervalo $I = \mathfrak{R}$.