Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Departamento de Ciências Exatas
Prova de Admissão para o **Doutorado** em Estatística e Experimentação Agronômica – 9/11/2006

Nome:____ ____

1) Calcule a área da região D dada pelas inequações $0 \le x \le 5$ e $x \le y \le x^2 + 5$, utilizando
a) integração simples;
b) integração dupla ordem $dx\,dy$;
c) integração dupla ordem $dy\,dx$.

2) Mostre, utilizando a função gama, que $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right) dx = 1$, considerando que $-\infty \le \mu \le \infty$ e $\sigma^2 > 0$.

3) Em um experimento fatorial 2^3, em blocos casualizados, são estudados os macro-nutrientes principais: N, P e K, nas doses 0 e 1. Apresente um grupo de confundimento para o caso de se confundir 1 G.L. da Interação NxPxK, com blocos.

4) Em um experimento fatorial 3^3, em blocos casualizados com confundimento de 2 G.L. da Interação NxPxK com blocos, foram feitas 2 repetições. O quadro de valores referente à Interação NxP é:

	P_0	P_1	P_2	
N_0	32,0	35,0	42,0	
N_1	47,0	32,0	45,0	
N_2	55,0	33,0	52,0	

Verifique a significância para as Regressões Linear (RL) e Quadrática (RQ), sabendo que o QMRes.= 9,00.
Calcule os coeficientes de determinação para RL e RQ, para N e para P.

5) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma distribuição $U(0,\theta)$ em que $\theta > 0$.
1.1. Obter um estimador de máxima verossimilhança para o parâmetro θ .
1.2. O estimador obtido em (1.1) é não viciado? Justifique sua resposta.

6) Considere o conjunto de dados abaixo e o modelo linear $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$, caracterizado por $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, para $i = 1, 2$ e $j = 1, 2, 3$, e os seguintes dados:

	y_{1j}	y_{2j}
	7	11
	6	13
	8	12
Total	21	36

a) Escreva o *sistema de equações normais* (S.E.N.), $\mathbf{X'X}\hat{\beta} = \mathbf{X'y}$, a partir do modelo definido e dos dados apresentados.

b) Estude a *estimabilidade* das funções: (i) τ_2 (ii) $\tau_1 - \tau_2$ (iii) $2\mu + \tau_1 + \tau_2$

c) Obtenha duas soluções diferentes do S.E.N. e verifique que o produto $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\beta}$ é *invariante*.

d) Imponha uma condição (restrição) nas soluções ou nos parâmetros, resolva o S.E.N. correspondente e verifique (mais uma vez!) a invariância de $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\beta}$.

e) Mostre que H_0: $\tau_1 = \tau_2$ é uma *hipótese testável* e calcule as somas de quadrados:

$SQTotal = \mathbf{y'y} - \dfrac{y_{\bullet\bullet}^2}{kn}$, onde $y_{\square\square} = \sum_{i,j} y_{ij}$, k é o número de tratamentos e n é o número de repetições de cada tratamento.

$SQHip = \hat{\beta}\,'\mathbf{X'y} - \dfrac{y_{\bullet\bullet}^2}{kn}$, onde $\hat{\beta}$ é qualquer uma das soluções do S.E.N.

$SQRes = \mathbf{y'y} - \hat{\beta}\,'\mathbf{X'y}$

A seguir construa um quadro de análise de variância para testar H_0: $\tau_1 = \tau_2$ e para realizar o teste F adequado, assuma que $\mathbf{y} \sim N_6(\mathbf{X}\beta, \mathbf{I}\sigma^2)$ e que $F_{(1,\,4;\,5\%)} = 7{,}71$.

7) Os dados que se seguem referem-se a reversões induzidas para independentes de streptomicina dependente *Escherichia coli* (Y) submetida à radiação violeta (X).

X	13,6	13,9	21,1	25,6	26,4	39,8	40,1	43,9	51,9	53,2	65,2	66,4	67,7
Y	52	48	72	89	80	130	139	173	208	225	259	199	255

$\sum_{i=1}^{13} X_i = 528{,}8 \qquad \sum_{i=1}^{n} Y_i = 1929$

$\sum_{i=1}^{13} X_i^2 = 26062{,}10 \qquad \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 = 356259$

$\sum_{i=1}^{13} (X_i - \overline{X})^2 = 4552{,}14 \quad \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \overline{Y})^2 = 70025$

$\sum_{i=1}^{13} X_i Y_i = 95755{,}7 \quad \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y}) = 17289{,}9$

Pede-se:

a) Considerar o modelo $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ e

a.1) Fazer a análise de regressão linear e testar a hipótese $H_0 : b_1 = 0$. Tirar conclusão.

a.2) Testar a hipótese $H_0 : b_0 = 0$, ao nível de 5% de probabilidade. Tirar conclusão.

b) Considerar o modelo $Y_i = \beta_1^{'} X_i + \varepsilon_i$ e fazer a análise de regressão.