

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Departamento de Ciências Exatas

Prova de Admissão para Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica – 20/10/2009

Questão de Cálculo Diferencial e Integral – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

1. Calcule $\int_1^e x \ln(x) dx$

Questão de Cálculo Diferencial e Integral – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

2. Faça um estudo completo da função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$, isto é:

- Encontre seu domínio, contradomínio, imagem;
- Verifique sua paridade;
- Verifique se a função possui assíntotas horizontais e/ou verticais;
- Estude seu crescimento;
- Encontre os extremos relativos, se houver;
- Estude sua concavidade;
- Encontre os pontos de inflexão, se houver;
- Faça um esboço de seu gráfico.

Questão de Estatística Matemática – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

3. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição $U(0, \theta)$ em que $\theta > 0$.
- Obter um estimador de máxima verossimilhança para o parâmetro θ .
 - O estimador obtido em (a) é não viciado? Justifique sua resposta.

Questão de Estatística Matemática – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

4. Seja (X, Y) um vetor aleatório assumindo valores em $[0,1] \times [0,1]$ e tendo distribuição conjunta determinado por

$$F_{X,Y}(x, y) = \frac{[\min(x, y) + x^2 y]}{2} I_{[0,1] \times [0,1]}(x, y)$$

- a. Encontre a função de densidade de probabilidade de X .
b. Encontre $E(X)$.

Questão de Regressão – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

5. Os dados que se seguem referem-se a medidas de porcentagem de conteúdo de água (X) calor específico (Y) de 21 brotos de macieiras (Mead e Curnow, 1986).

X	49	53	62	58	50	63	59	57	52	51	
Y	46	57	119	90	44	131	104	100	53	65	
X	53	51	56	60	65	61	52	52	56	58	54
Y	89	70	85	96	131	113	69	66	96	111	69

$$\sum_{i=1}^{21} X_i = 1.172 \quad \sum_{i=1}^{21} Y_i = 1.804$$
$$\sum_{i=1}^{21} X_i^2 = 65.838 \quad \sum_{i=1}^{21} Y_i^2 = 169.180$$
$$\sum_{i=1}^{21} X_i Y_i = 103.008$$

Pede-se: Considerar o modelo $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ e

- a) Fazer a análise de regressão linear e testar a hipótese $H_0 : \beta_1 = 0$. Tirar conclusão.
b) Testar a hipótese $H_0 : \beta_0 = 0$, ao nível de 5% de probabilidade. Tirar conclusão.

Questão de Modelos Lineares – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

6. Considere o modelo linear $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}\sigma^2)$, caracterizado por

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}, \text{ para } i, j = 1, 2.$$

e os seguintes dados:

y_{1j}	y_{2j}
11	5
9	9

- Estude a consistência do sistema de equações normais $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$.
- Apresente duas soluções diferentes deste sistema e comprove a invariância de $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$.
- Obtenha a solução única do sistema impondo a restrição $\sum_{i=1}^2 \alpha_i = 0$
- Quais das funções lineares $(\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\beta})$ apresentadas a seguir são *estimáveis*? Por quê?
(i) $\alpha_1 - \alpha_2$ (ii) $2\mu + \alpha_1 + \alpha_2$ (iii) μ
- Estime somente as funções estimáveis do item (d), utilizando qualquer uma das estimativas de $\boldsymbol{\beta}$ obtidas no item (b) ou (c).
- Calcule *SQHipótese* = $(\mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\beta}})'[\mathbf{C}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{C}]^{-1}(\mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\beta}})$ usada para testar $H_0: \tau_1 = \tau_2$, onde $\mathbf{C} = [0, 1, -1]$ e $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é qualquer uma das estimativas de $\boldsymbol{\beta}$ obtidas anteriormente.

Questão de Estatística Experimental – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

7. Um cientista quer estudar o efeito de 3 fatores em uma variável. As considerações do cientista quanto à realização do experimento nos dá as seguintes informações:
- Os fatores A e B fixos, cada um com dois níveis, obedecem a uma classificação cruzada. O fator C hierárquico em B é representado no experimento por uma amostra aleatória de 3 níveis de um conjunto infinito de níveis.
 - O número de unidades experimentais é 36
 - O experimento será realizado por três técnicos diferentes (12 unidades experimentais cada um)

Pede-se:

- Escreva o modelo linear apropriado com suposições e restrições
- Identifique as hipóteses associadas ao modelo e as estatísticas para testar cada uma delas
- Descreva um problema prático para o qual o modelo é adequado

Questão de Estatística Experimental – Doutorado

Nome do candidato (a): _____

8. Em um experimento fatorial 3^3 , em blocos casualizados com confundimento de 2 GL da interação $N \times P \times K$ com blocos, foram feitas 2 repetições. O quadro de valores referentes à Interação $N \times P$ é:

	P_0	P_1	P_2	
N_0	32,0	35,0	42,0	
N_1	47,0	32,0	45,0	
N_2	55,0	33,0	52,0	

Pede-se:

- Obter as somas de quadrados para N, P e $N \times P$.
- Verifique a significância para as Regressões Linear (RL) e Quadráticas (RQ), para N e para P, sabendo que o $QM_{Res.} = 9,00$.
- Calcule os coeficientes de determinação para RL e RQ, para ambos os nutrientes.