

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
12/05/2011

Questão de Cálculo

Nome do candidato (a): _____

Questão 1. Calcule $\iint_B (x - y) dx dy$, em que B é o semicírculo $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0$.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
12/05/2011

Questão de Cálculo

Nome do candidato (a): _____

Questão 2. Considerando-se

$$f_n(x) = \frac{1}{2^{(n/2)} \Gamma(n/2)} x^{(n/2-1)} e^{(-x/2)} I_{(0,\infty)}(x), \quad n=1,2,3,4,5,\dots,$$

Pede-se:

1. Domínio de $f_n(x)$, para cada $n \in \mathbb{N}^*$;
2. As assíntotas horizontais e verticais, se houver, de $f_n(x)$, para cada $n \in \mathbb{N}^*$;
3. O estudo do crescimento de $f_n(x)$, para cada $n \in \mathbb{N}^*$;
4. O estudo da concavidade de $f_n(x)$, para cada $n \in \mathbb{N}^*$;
5. O esboço do gráfico de $f_n(x)$, para cada $n \in \mathbb{N}^*$;

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
 12/05/2011

Questão de Modelos Lineares

Nome do candidato(a): _____

Questão 3. Considere o conjunto de dados abaixo e o modelo linear $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, caracterizado por $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, para $i = 1, 2$ e $j = 1, 2, 3$, e os seguintes dados:

	y_{1j}	y_{2j}
	7	11
	6	13
	8	12
Total	21	36

- a) Escreva o *sistema de equações normais* (S.E.N.), $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$, a partir do modelo definido e dos dados apresentados.
- b) Estude a *estimabilidade* das funções: (i) τ_2 (ii) $\tau_1 - \tau_2$ (iii) $2\mu + \tau_1 + \tau_2$
- c) Obtenha duas soluções diferentes do S.E.N. e verifique que o produto $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é *invariante*.
- d) Imponha uma condição (restrição) nas soluções ou nos parâmetros, resolva o S.E.N. correspondente e verifique (mais uma vez!) a invariância de $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$.
- e) Mostre que $H_0: \tau_1 = \tau_2$ é uma *hipótese testável* e calcule as somas de quadrados:

- $SQ_{Total} = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \frac{y_{\bullet\bullet}^2}{kn}$, onde $y_{\bullet\bullet} = \sum_{i,j} y_{ij}$, k é o número de tratamentos e n é o número de repetições de cada tratamento.
- $SQ_{Hip} = \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y} - \frac{y_{\bullet\bullet}^2}{kn}$, onde $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é qualquer uma das soluções do S.E.N.
- $SQ_{Res} = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y}$

A seguir construa um quadro de análise de variância para testar $H_0: \tau_1 = \tau_2$ e para realizar o teste F adequado, assuma que $\mathbf{y} \sim N_6(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{I}\sigma^2)$ e que $F_{(1, 4; 5\%)} = 7,71$.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
12/05/2011

Questão de Álgebra de Matrizes

Nome do candidato (a): _____

Questão 4. Seja

$$A = \begin{bmatrix} 13 & -4 & 2 \\ -4 & 13 & -2 \\ 2 & -2 & 10 \end{bmatrix}$$

- a) Determine os autovalores e autovetores de A.
- b) Escreva a decomposição espectral de A.
- c) Encontre A^{-1} .
- d) Encontre os autovalores e autovetores de A^{-1}

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
12/05/2011

Questão de Estatística Experimental

Nome do candidato (a): _____

Questão 5. Um pesquisador deseja instalar um experimento para estudar o efeito de 5 doses de fósforo (P) e 4 doses de potássio (K) na produção de milho. Planeje detalhadamente esse experimento justificando as suas decisões.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica

12/05/2011

Questão de Estatística Experimental

Nome do candidato (a): _____

Questão 6. De um experimento fatorial de adubação NPK, 3^3 , com duas repetições e com confundimento de 2gl da Interação $N \times P \times K$ com blocos, obteve-se o quadro auxiliar a seguir:

	$P_0(6)$	P_1	P_2	Totais para N
K_0	21,8	26,5	39,7	
K_1	20,2	34,8	34,2	
K_2	23,7	33,9	34,3	
Totais P				

Pede-se:

1- Fazer o estudo da regressão polinomial para P e para K. Sabe-se que o $QM_{Res}=1,18$ e que os coeficientes polinomiais são: (-1, 0, +1) e (+1, -2, +1).

2- Obter os coeficientes de determinação (r^2).

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
12/05/2011

Questão de Regressão

Nome do candidato (a): _____

Questão 7. Considere o modelo de regressão linear

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i, \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2$$

com variáveis centradas ($x_{ij} = X_{ij} - \bar{X}_j$). Obtenha as estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
12/05/2011

Questão de Estatística Matemática

Nome do candidato (a): _____

Questão 8. Seja X uma variável aleatória contínua com $E(X)=\mu$ e $\text{Var}(X)=\sigma^2$. Mostre que para qualquer número positivo C ,

$P[|X-\mu| \geq C\sigma] \leq 1/C^2$, ou de forma equivalente, $P[|X-\mu| < C\sigma] \geq 1 - 1/C^2$