

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

- 1) Em estudo observacional sobre comportamento de sono de 58 espécies de animais, uma das variáveis respostas foi o número total de horas de sono por dia (Y). O interesse desse estudo estava em relacionar linearmente Y com o logaritmo do peso corporal [$X=\log(W)$] e verificar o padrão das retas, considerando o índice de extinção das espécies como um fator de 5 níveis. Considere os resultados que se seguem e faça os testes necessários, ao nível de 5% de significância, estabelecendo os modelos usados, as hipóteses testadas. Tire conclusões.

Modelo	g.l.	SQ
Retas concorrentes	48	565,46
Retas paralelas	52	581,22
Retas com intercepto comum	52	709,49
Retas coincidentes	56	866,23

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agrônômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

- 2) Um experimento foi realizado com o objetivo de estudar a produtividade de 4 variedades de tomate cereja, em 3 soluções nutritivas. O delineamento experimental foi blocos ao acaso no esquema fatorial e cada parcela era composta de 5 plantas. Os resultados obtidos, em kg/planta, foram:

Bloco	Solução	Variedade			
		1	2	3	4
I	1	0,87	0,81	0,92	0,85
	2	1,09	0,95	0,95	0,80
	3	1,10	1,02	0,90	0,80
II	1	0,92	0,89	0,91	0,83
	2	0,97	0,92	0,95	0,78
	3	1,02	1,00	0,87	0,80
III	1	0,90	0,92	0,94	0,84
	2	0,99	0,94	0,97	0,79
	3	1,05	0,97	0,90	0,81

Analise os dados da forma mais adequada, sempre justificando o seu procedimento e interpretando os resultados.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

- 3) Um pesquisador precisa instalar um experimento para estudar 5 velocidades de trabalho de colheitadeiras de cana-de-açúcar. Para esse experimento ele tem disponível máquinas de 5 marcas distintas e 5 operadores de máquinas. Como você planejaria esse experimento? Detalhe tudo o que achar importante.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

- 4) Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma variável aleatória X com função de densidade de probabilidade dada por:

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} I_{(0, \infty)}(x), \text{ pede-se:}$$

- a) Encontre o estimador para o parâmetro λ utilizando o método dos momentos;
- b) Encontre o estimador de máxima verossimilhança para o parâmetro λ ;
- c) Obtenha um intervalo com coeficiente de confiança de 95% para o parâmetro λ utilizando as propriedades assintóticas do estimador de máxima verossimilhança;
- d) O intervalo de confiança obtido no item (c) é exato? Ou aproximado? Justifique sua resposta.
- e) Refaça os itens (b) e (c) considerando que o parâmetro é $\theta = \frac{1}{\lambda}$;
- f) Refaça os itens (b) e (c) considerando-se que o parâmetro é $\theta = P[X > 2]$.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

5) Seja X uma variável aleatória com função de distribuição dado por

$$F_X(x) = \frac{x}{2} \mathbf{1}_{[0,2]} + \mathbf{1}_{[2,\infty)}(x).$$

Considere a variável $Y = X^2$, calcule:

- a) $P(1/2 \leq X \leq 3/2)$
- b) $P(Y \leq X)$
- c) Encontre o valor esperado e variância da variável X .

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agrônômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

- 6) Considere o modelo linear $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, onde y_{ij} é o ganho de peso do j -ésimo animal que recebeu a i -ésima ração, $i = 1, 2$ e $j = 1, 2, 3$; μ é uma constante comum a todos os dados, τ_i é o efeito do i -ésimo tratamento e ε_{ij} é o erro experimental associado a y_{ij} . Considere também os seguintes dados:

	y_{1j}	y_{2j}
	7	10
	5	14
	9	12
Total	21	36

- (a) Escreva o modelo $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ na sua forma matricial, $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$.
- (b) Estude a estimabilidade das seguintes funções dos parâmetros:
- (i) τ_2 (ii) $\tau_1 - \tau_2$ (iii) $\mu + \tau_1 + \tau_2$
- (c) Resolva o sistema de equações normais (S.E.N.): $\mathbf{X}^t \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^t \mathbf{y}$
- (d) Imponha uma condição (restrição) nas soluções ou nos parâmetros do modelo, resolva o S.E.N. correspondente e verifique a invariância de $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}$.
- (e) Mostre que a hipótese $H_0: \tau_1 = \tau_2$ é uma hipótese testável. A seguir teste esta hipótese ($\alpha = 5\%$) baseando-se no valor da estatística

$$F = (\hat{\boldsymbol{\beta}}^t \mathbf{X}^t \mathbf{y} - y_{..}^2/6) / (y^t \mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^t \mathbf{X}^t \mathbf{y}),$$

onde $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é qualquer solução do S.E.N. e $y_{..}$ é o total geral das observações.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

7) Determine $\int \frac{2x+1}{x^2+2x+2} dx$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agrônômica
2012/02

Nome do Candidato: _____

- 8) Considere a função $z = f(x, y) = x^2 + y^2$. Ao calcular o volume V do sólido situado abaixo da superfície do parabolóide $z = f(x, y)$ e acima de uma região S do plano xOy , obteve-se a seguinte soma de integrais:

$$V = \int_1^2 \left[\int_x^{x^3} z \, dy \right] dx + \int_2^8 \left[\int_x^8 z \, dy \right] dx$$

Desenhe a região S e expresse o volume V por uma soma de integrais, para as quais a ordem de integração esteja invertida. Calcule o volume V .

Tabela- Valores da amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey aos níveis de significância de 5% e 1%.

v (gl erro)	α	t (número de tratamentos)								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,05	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99
	0,01	5,70	6,98	7,80	8,42	8,91	9,32	9,67	9,97	10,24
6	0,05	3,46	4,34	4,90	5,30	5,63	5,90	6,12	6,32	6,49
	0,01	5,24	6,33	7,03	7,56	7,97	8,32	8,61	8,87	9,10
7	0,05	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	6,00	6,16
	0,01	4,95	5,92	6,54	7,01	7,37	7,68	7,94	8,17	8,37
8	0,05	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92
	0,01	4,75	5,64	6,20	6,62	6,96	7,24	7,47	7,68	7,86
9	0,05	3,20	3,95	4,41	4,76	5,02	5,24	5,43	5,59	5,74
	0,01	4,60	5,43	5,96	6,35	6,66	6,91	7,13	7,33	7,49
10	0,05	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60
	0,01	4,48	5,27	5,77	6,14	6,43	6,67	6,87	7,05	7,21
11	0,05	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49
	0,01	4,39	5,15	5,62	5,97	6,25	6,48	6,67	6,84	6,99
12	0,05	3,08	3,77	4,20	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,39
	0,01	4,32	5,05	5,50	5,84	6,1	6,32	6,51	6,67	6,81
13	0,05	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32
	0,01	4,26	4,96	5,40	5,73	5,98	6,19	6,37	6,53	6,67
14	0,05	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25
	0,01	4,21	4,89	5,32	5,63	5,88	6,08	6,26	6,41	6,54
15	0,05	3,01	3,67	4,08	4,37	4,59	4,78	4,94	5,08	5,20
	0,01	4,17	4,84	5,25	5,56	5,8	5,99	6,16	6,31	6,44
16	0,05	3,00	3,65	4,05	4,33	4,56	4,74	4,90	5,03	5,15
	0,01	4,13	4,79	5,19	5,49	5,72	5,92	6,08	6,22	6,35
17	0,05	2,98	3,63	4,02	4,30	4,52	4,70	4,86	4,99	5,11
	0,01	4,10	4,74	5,14	5,43	5,66	5,85	6,01	6,15	6,27
18	0,05	2,97	3,61	4,00	4,28	4,49	4,67	4,82	4,96	5,07
	0,01	4,07	4,70	5,09	5,38	5,60	5,79	5,94	6,08	6,20
19	0,05	2,96	3,59	3,98	4,25	4,47	4,65	4,79	4,92	5,04
	0,01	4,05	4,67	5,05	5,33	5,55	5,73	5,89	6,02	6,14
20	0,05	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01
	0,01	4,02	4,64	5,02	5,29	5,51	5,69	5,84	5,97	6,09
24	0,05	2,92	3,53	3,90	4,17	4,37	4,54	4,68	4,81	4,92
	0,01	3,96	4,55	4,91	5,17	5,37	5,54	5,69	5,81	5,92
30	0,05	2,89	3,49	3,85	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,82
	0,01	3,89	4,45	4,80	5,05	5,24	5,40	5,54	5,65	5,76
40	0,05	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,63	4,73
	0,01	3,82	4,37	4,70	4,93	5,11	5,26	5,39	5,50	5,60
60	0,05	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65
	0,01	3,76	4,28	4,59	4,82	4,99	5,13	5,25	5,36	5,45
120	0,05	2,80	3,36	3,68	3,92	4,10	4,24	4,36	4,47	4,56
	0,01	3,70	4,20	4,50	4,71	4,87	5,01	5,12	5,21	5,30
∞	0,05	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47
	0,01	3,64	4,12	4,40	4,60	4,76	4,88	4,99	5,08	5,16

Tabela. Quantis superiores da distribuição F ($F_{0,05}$) com v_1 graus de liberdade do numerador e v_2 graus de liberdade do denominador, para o valor de 5% da probabilidade α , de acordo com a seguinte afirmativa probabilística: $P(F > F_{0,05}) = 0,05$.

v_2	v_1																					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	30	40	60	120	240	∞
1	161,45	199,50	215,70	224,58	230,16	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	242,98	243,91	244,69	245,36	245,95	248,0	250,1	251,1	252,2	253,3	253,8	254,31
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,40	19,41	19,42	19,42	19,43	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,27	9,11	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,72	8,71	8,69	8,65	8,60	8,57	8,54	8,49	8,42	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,80	5,75	5,72	5,69	5,66	5,64	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43	4,40	4,39	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94	3,87	3,81	3,77	3,74	3,70	3,69	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51	3,44	3,38	3,34	3,30	3,27	3,25	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,15	3,08	3,04	3,01	2,97	2,95	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79	2,75	2,73	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,77	2,70	2,66	2,62	2,58	2,56	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,65	2,57	2,53	2,49	2,45	2,43	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,54	2,47	2,43	2,38	2,34	2,32	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53	2,46	2,38	2,34	2,30	2,25	2,23	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,51	2,48	2,46	2,39	2,31	2,27	2,22	2,18	2,15	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,40	2,33	2,25	2,20	2,16	2,11	2,09	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,40	2,37	2,35	2,28	2,19	2,15	2,11	2,06	2,03	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,23	2,15	2,10	2,06	2,01	1,99	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27	2,19	2,11	2,06	2,02	1,97	1,94	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,16	2,07	2,03	1,98	1,93	1,90	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,12	2,04	1,99	1,95	1,90	1,87	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,10	2,01	1,96	1,92	1,87	1,84	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,17	2,15	2,07	1,98	1,94	1,89	1,84	1,81	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,20	2,18	2,15	2,13	2,05	1,96	1,91	1,86	1,81	1,79	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,22	2,18	2,15	2,13	2,11	2,03	1,94	1,89	1,84	1,79	1,76	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,14	2,11	2,09	2,01	1,92	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71
26	4,23	3,37	2,97	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	2,09	2,07	1,99	1,90	1,85	1,80	1,75	1,72	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,17	2,13	2,10	2,08	2,06	1,97	1,88	1,84	1,79	1,73	1,70	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,06	2,04	1,96	1,87	1,82	1,77	1,71	1,68	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,08	2,05	2,03	1,94	1,85	1,81	1,75	1,70	1,67	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74	1,68	1,65	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,97	1,95	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64	1,58	1,54	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95	1,92	1,89	1,87	1,78	1,69	1,63	1,58	1,51	1,48	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53	1,47	1,43	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,87	1,83	1,80	1,78	1,75	1,66	1,55	1,50	1,43	1,35	1,31	1,25
240	3,88	3,03	2,64	2,41	2,25	2,14	2,05	1,98	1,92	1,87	1,83	1,79	1,76	1,73	1,71	1,61	1,51	1,44	1,37	1,29	1,24	1,17
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75	1,72	1,69	1,67	1,57	1,46	1,39	1,32	1,22	1,15	1,00