

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Álgebra de Matrizes

Questão 1. Uma forma quadrática $\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x}$ é dita ser positiva definida se a matriz \mathbf{A} é positiva definida. Encontre os autovalores e autovetores da matriz núcleo da forma quadrática $3x^2+3y^2-2xy$. Com base nesses resultados, calcule o traço e determinante de \mathbf{A} . Diga ao final, com justificativa, se a forma quadrática é positiva definida.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Estatística Matemática

Questão 2. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição $N(\theta, 1)$ em que $\theta \in R$.

- a) Obter um estimador de máxima verossimilhança para $P(X_1 > 0)$.
- b) Existe um estimador não viciado de $P(X_1 > 0)$? Caso exista, calcule-o.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Estatística Matemática

Questão 3. Responda ao que se pede:

a) Determine a densidade de $Y = (b-a)X + a$, onde $X \sim U(0,1)$ e $a < b$.

b) Se X tem densidade $f(x) = \frac{\exp\{-|x|\}}{2}$, $-\infty < x < \infty$, qual a distribuição de

$Y = |X|$?

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Cálculo Integral e Diferencial

Questão 4. Determine o volume do sólido que está contido abaixo do parabolóide $z = x^2 + y^2$ e acima da região D do plano xy limitada pela reta $y = 2x$ e pela parábola $y = x^2$.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Cálculo Integral e Diferencial

Questão 5.

- a) Calcule a área da região delimitada pelas curvas $x + 2y = 2$; $y - x = 1$ e $2x + y = 7$ utilizando (a) integração simples; (b) integração dupla nas ordens dx dy e dy dx .
- b) Calcule a derivada da função $y = |x|$.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Modelos Lineares

Questão 6. Considere o conjunto de dados abaixo e o modelo linear $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, caracterizado por $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, para $i = 1, 2, 3$ (grupos) e $j = 1, 2, 3$ (repetições).

| y_{1j} | y_{2j} | y_{3j} |
|----------|----------|----------|
| 7 | 11 | 6 |
| 6 | 13 | 5 |
| 8 | 12 | 7 |

- a) Escreva o *sistema de equações normais* (S.E.N.), $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$, a partir do modelo definido e dos dados apresentados.
- b) Estude a *estimabilidade* das funções: (i) $\tau_2 + \tau_3$ (ii) $\tau_1 - \tau_2$ (iii) $2\mu + \tau_1 + \tau_2$
- c) Obtenha a solução do S.E.N. impondo a condição (restrição) $\tau_2 = 0$.
- e) Mostre que $H_0: \tau_1 = \tau_3$ é uma *hipótese testável*. Assumindo que $\mathbf{y} \sim N_9(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{I}\sigma^2)$, $F_{(1, 6; 5\%)} = 8,81$ e $F_{(1, 6; 5\%)} = 7,26$, teste H_0 utilizando as seguintes fórmulas:

- $SQ_{Total} = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \frac{y_{\bullet\bullet}^2}{kn}$, onde $y_{\bullet\bullet} = \sum_{i,j} y_{ij}$, k é o número de tratamentos e n é o número de repetições de cada tratamento.

- $SQ_{Hip} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(\mathbf{c}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}})^2}{\mathbf{c}_i' (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{c}_i}$, onde $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ é qualquer inversa generalizada de $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ e $\mathbf{c}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}$ é a estimativa do contraste $\mathbf{c}_i' \boldsymbol{\beta}$.

- $SQ_{Res} = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}'\mathbf{y}$

- *Dicas:* $\mathbf{y}'\mathbf{y} = 693$ e $y_{\bullet\bullet} = 75$.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Estatística Experimental

Questão 7. Em um ambiente homogêneo, foi realizado um experimento fatorial 3^3 , inteiramente casualizado e com 4 repetições, onde foram estudadas fontes de N, formas e épocas de aplicação do adubo. Pede-se:

- a) Croqui do experimento.
- b) Esquema da análise da variância.
- c) Como você interpretaria os resultados da análise da variância.
- d) E como você continuaria a análise dos dados. Justifique sua resposta.

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas

Prova escrita de seleção para DOUTORADO em Estatística e Experimentação Agronômica
17/05/2012

Nome do candidato (a): _____

Questão de Regressão

Questão 8. Os dados que se seguem referem-se a medidas de peso (g) de lagartas (Y) alimentadas com dietas com diferentes teores de tanino (X) (Crawley, 2007).

| | | | | | | | | | |
|---|----|----|---|----|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Y | 12 | 10 | 8 | 11 | 6 | 7 | 2 | 3 | 3 |

$$\sum_{i=1}^9 X_i = 36 \quad \sum_{i=1}^9 Y_i = 62$$
$$\sum_{i=1}^9 X_i^2 = 204 \quad \sum_{i=1}^9 Y_i^2 = 536$$
$$\sum_{i=1}^9 X_i Y_i = 175$$

Pede-se: Considerar o modelo $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$

a) Fazer a análise de regressão linear e testar a hipótese $H_0 : \beta_1 = 0$. Tirar conclusão.

b) Testar a hipótese $H_0 : \beta_0 = 0$, ao nível de 5% de significância. Tirar conclusão.