

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

1) Seja X uma variável aleatória com função de densidade dada por:

$$f_X(x) = \frac{e^{-|x|}}{2} \mathbf{1}_{(-\infty, +\infty)}(x)$$

Pede-se:

- 1.1) Qual a distribuição da variável aleatória $Y = |X|$?
- 1.2) Encontre o valor esperado da variável Y .

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

2) Sejam X_1, X_2, \dots, X_n variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição uniforme $X \sim U(\theta, 2\theta)$, em que $\theta > 0$.

Pede-se:

2.2) Encontrar o estimador de máxima verossimilhança de θ ;

2.3) Denote o estimador obtido no item anterior por $\hat{\theta}$ e obtenha uma constante k tal que $E(k\hat{\theta}) = \theta$.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

- 3) Considere o modelo de regressão linear simples escrito na forma alternativa em que a variável regressora x_i é substituída por $x_i^* = x_i - \bar{x}$. Considere ainda que os erros do modelo sejam independentes e identicamente distribuídos de uma normal com média zero e variância constante σ^2 .

Pede-se:

- 3.1) Obtenha os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros do modelo de regressão linear simples;
- 3.2) Mostre que o valor ajustado \hat{y}_i nesse modelo (forma alternativa) é o mesmo do modelo de regressão escrito na sua forma usual;
- 3.3) Obtenha $E(\hat{\beta}_0)$ e $E(\hat{\beta}_1)$ e mostre que $\text{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = 0$.
- 3.4) Encontre o intervalo de confiança para a resposta média $\mu_0 = \beta_0 + \beta_1 x_0^*$.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

4) Considere um experimento com um fator (A) com três níveis, duas repetições e o modelo linear $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, caracterizado por $y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2$. Pede-se:

4.1) Encontre os estimadores dos parâmetros do modelo, $\boldsymbol{\beta} = [\mu, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]'$ sob a condição marginal (restrição): $\alpha_1 = 0$.

4.2) Escreva a hipótese $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ em função dos três *novos* parâmetros ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$) definidos pela (re)parametrização:

$$\gamma_1 = \mu + \alpha_1 \qquad \gamma_2 = \alpha_1 - \alpha_2 \qquad \gamma_3 = \alpha_2 - \alpha_3.$$

4.3) Escreva os estimadores de γ_1, γ_2 e γ_3 em função dos estimadores obtidos em (4.1).

Dica: Na reparametrização, transformamos um modelo de posto incompleto $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, onde \mathbf{X} é $n \times p$ de posto $k < p \leq n$, em um modelo de posto completo $\mathbf{y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}$, onde \mathbf{Z} é $n \times k$ de posto k e $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{U}\boldsymbol{\beta}$, onde \mathbf{U} é $k \times p$ de posto k , é um conjunto de k funções estimáveis linearmente independentes de $\boldsymbol{\beta}$.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

- 5) Um pesquisador deseja instalar um experimento para verificar o efeito de 4 fertilizantes (fontes de nitrogênio) e de 3 formas de aplicação do fertilizante na produção de café. Supondo que você tenha que orientar o pesquisador, pede-se:
- 5.1) Os fatores, seus níveis e a variável resposta;
 - 5.2) O delineamento experimental e o número de repetições;
 - 5.3) O croqui do experimento e a unidade experimental;
 - 5.4) O esquema da análise da variância (causas de variação e graus de liberdade);
 - 5.5) As hipóteses testadas pelo teste F da análise da variância.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agrônômica
2014/01

Nome do Candidato: _____

- 6) Os dados apresentados a seguir referem-se às alturas médias, em cm, de plantas de *Pinus oocarpa* obtidas 60 dias após a semeadura. O experimento foi instalado no delineamento casualizado em blocos.

Tratamentos	Repetições					Totais
Solo de Cerrado	6,2	6,6	5,7	6,9	6,5	31,9
Solo de Cerrado+Esterco	8,2	7,9	7,0	8,3	7,5	38,9
Solo de Cerrado+Esterco+NPK	8,3	7,8	6,9	8,0	7,7	38,7
Solo de Cerrado+Vermiculita	6,0	6,8	6,7	7,0	6,5	33,0
Solo de Floresta	7,5	7,9	6,9	7,7	7,2	37,2
Solo de Floresta+Esterco	8,0	8,2	8,0	8,3	8,2	40,7
Solo de Floresta+Vermiculita	7,8	7,7	8,1	8,0	7,9	39,5

Pede-se:

- 6.1) A análise da variância e a interpretação dos resultados;
- 6.2) O teste F para um grupo de contrastes ortogonais e a interpretação dos resultados.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Prova escrita de seleção de Doutorado em Estatística e Experimentação Agrônômica
2014/01

Nome do Candidato: _____