Interações entre duas espécies

- neutralismo
- competição
- mutualismo
- cooperação
- comensalismo
- parasitismo
- predatório

Equações de Lotka-Volterra

- Vito Volterra (1926): estudos nas variações na composição da população de peixes para explicar a redução da pesca
- Alfred Lotka (1932): estende as equações de Volterra para populações em competição

Competição intra-específica e inter-específica

Na equação logística, o quociente N/K mede o efeito do crescimento de uma população pela acréscimo de um novo indivíduo da mesma espécie (competição intra-específica).

$$dN/dt = rN(1 - N/K)$$

O efeito produzido pelo aparecimento de uma outra espécie, pode ser considerado acrescentando um termo que introduz as mudanças que acontecem pelo aumento de indivíduos da segunda espécie (competição inter-específica).

$$dN_1/dt = r_1N_1(1 - N_1/K_1 - N_2/K_1)$$

Desde que da evolução de uma das espécies no crescimento da outra, não é, em geral, idêntico ao seu próprio crescimento, deve ser feito um ajuste da forma:

$$\mathbf{N_1 = \alpha_{12} N_2}$$

Onde:

$\boldsymbol{\alpha_{12}}$ mede o efeito sobre a espécie-**1** sobre espécie-**2**.

e

$$\mathbf{N_2 = \alpha_{21} N_1}$$

onde:

$\boldsymbol{\alpha_{21}}$ mede o efeito produzido pela espécie-**1** sobre a espécie-**2**.

.

Equações de competição de Lotka - Volterra

Para um habitat com a convivência de duas espécies, as respectivas equações são:

Para a espécie$_1$

$$dN_1/dt = r_1N_1(1 - N_1/K_1 - \alpha_{12}N_2/K_1)$$

e para a espécie$_2$

$$dN_2/dt = r_2N_2(1 - N_2/K_2 - \alpha_{21}N_1/K_2)$$

Interpretação

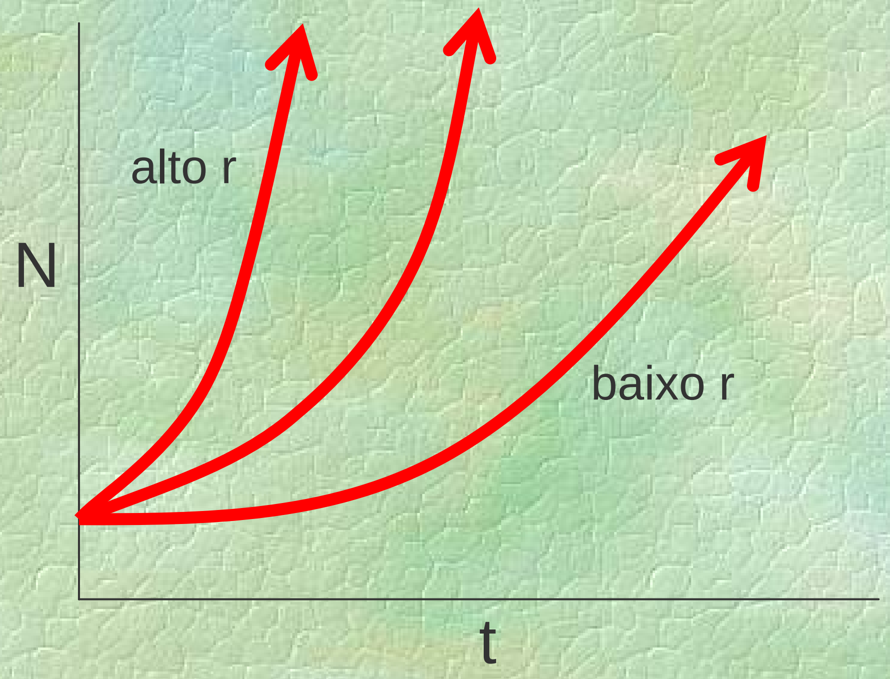
- Os α's medem a capacidade de cada espécie para neutralizar a outra espécie em relação a se mesma
- Se ambos α's são <1, então cada espécie tem uma maior controle sobre seu próprio crescimento
- Se ambos α's são >1, então cada espécie tem a capacidade de excluir as outras

Dinâmica populacional presa-predador

N = # of Presas, P = # of Predadores

Taxa de crescimento presas: Assumimos que em ausência de predadores as presas crescem exponencialmente:

$$\frac{dN}{dt} = rN$$



Presas mortas por predadores:

Assumimos que as presas são mortas pelos predadores com uma taxa proporcional à taxa de encontros entre presas e predadores:

a = taxa de ataque do predador

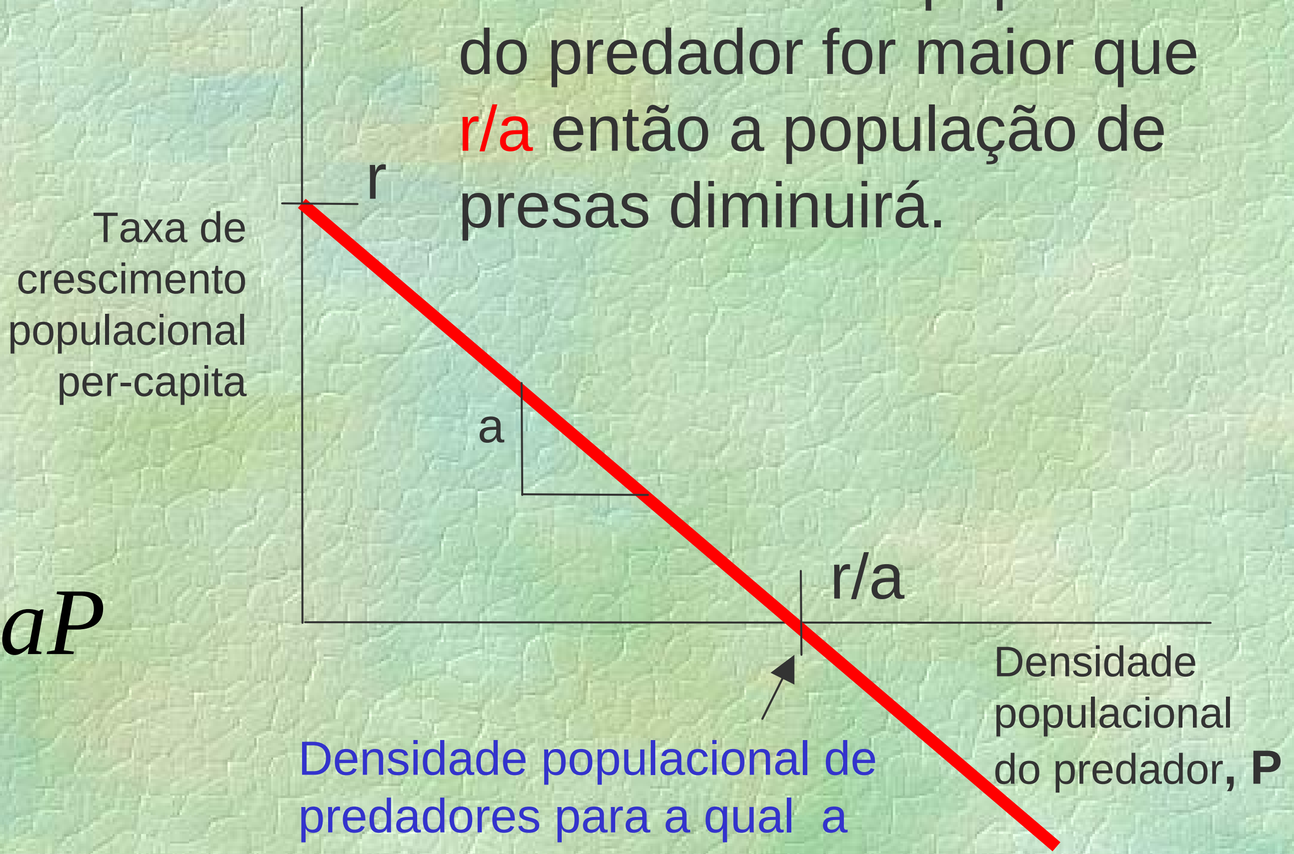
$$\frac{dN}{dt} = \underbrace{rN}_{\text{Taxa de crescimento sem predadores}} - \underbrace{aNP}_{\text{Diminuição das presas pelo ataque dos predadores}}$$

Taxa de crescimento sem predadores

Diminuição das presas pelo ataque dos predadores

A taxa de crescimento per-capita da presa é uma função decrescente da densidade populacional do predador

Se a densidade populacional do predador for maior que r/a então a população de presas diminuirá.



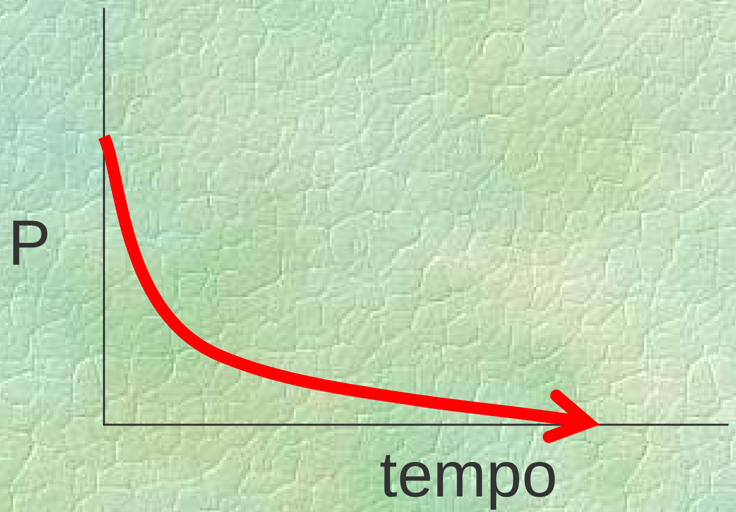
Densidade populacional de predadores para a qual a população de presas não muda.

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = r - aP$$

A população de predadores diminui em ausência de presas:

Assumimos que em ausência de presas, a população de predadores declina exponencialmente:

$$\frac{dP}{dt} = -qP$$



q = taxa de mortalidade per-capita de predadores

A população de predadores aumenta pelo consumo de presas:

Assumimos que a população de predadores aumenta a uma taxa proporcional à disponibilidade de comida

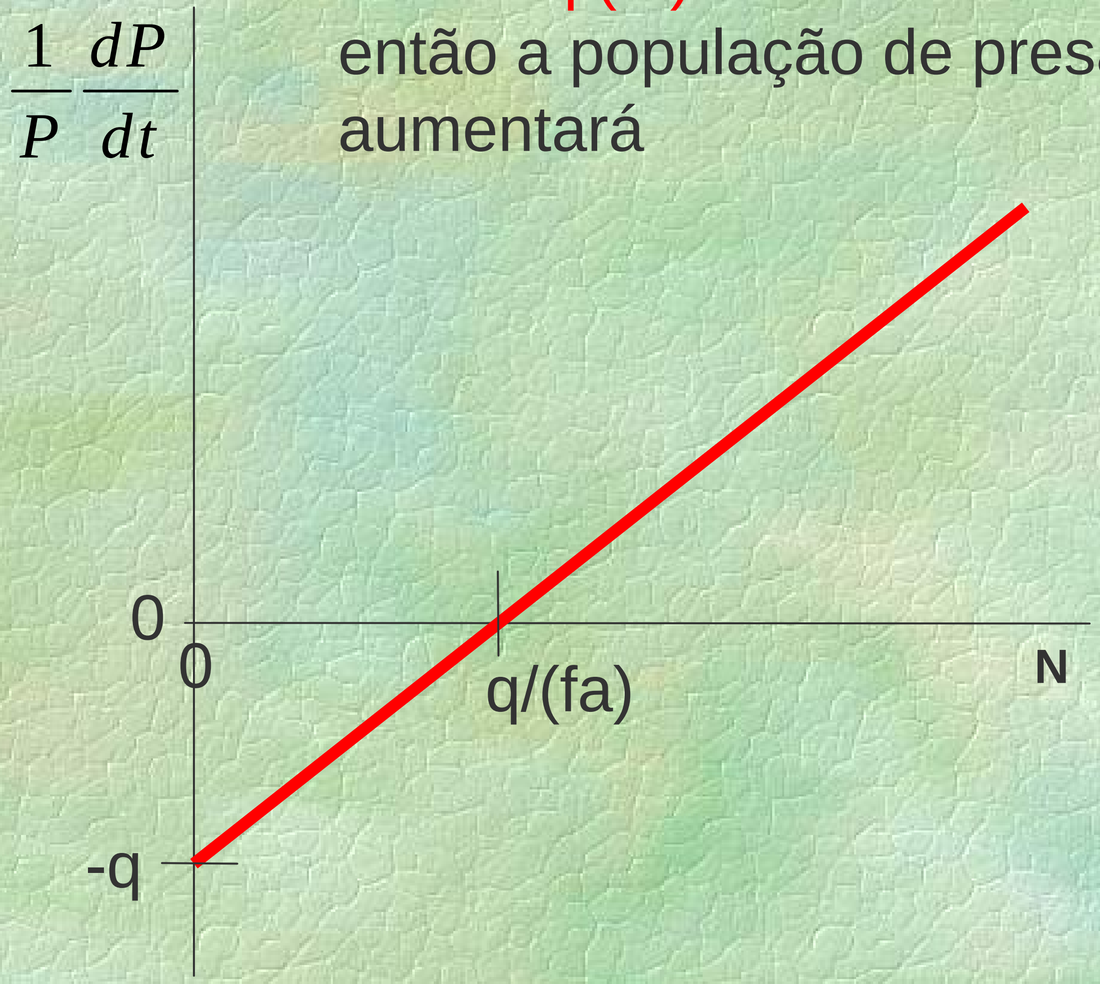
f = eficiência do predador

$$\frac{dP}{dt} = \underbrace{faNP}_{\text{Taxa de nascimentos}} - \underbrace{qP}_{\text{Taxa de mortalidade em ausência de presas}}$$

A taxa de crescimento per-capita do predador é uma função crescente da densidade populacional das presas

se N > q/(fa)
então a população de presas aumentará

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} = faN - q$$



Modelo presa-predador:

Presa: $$\frac{dN}{dt} = rN - aNP$$

Predador: $$\frac{dP}{dt} = faNP - qP$$

isoclinas de crescimento nulo:

dN/dt = 0

dP/dt = 0

isoclinas para crescimento nulo para predadores

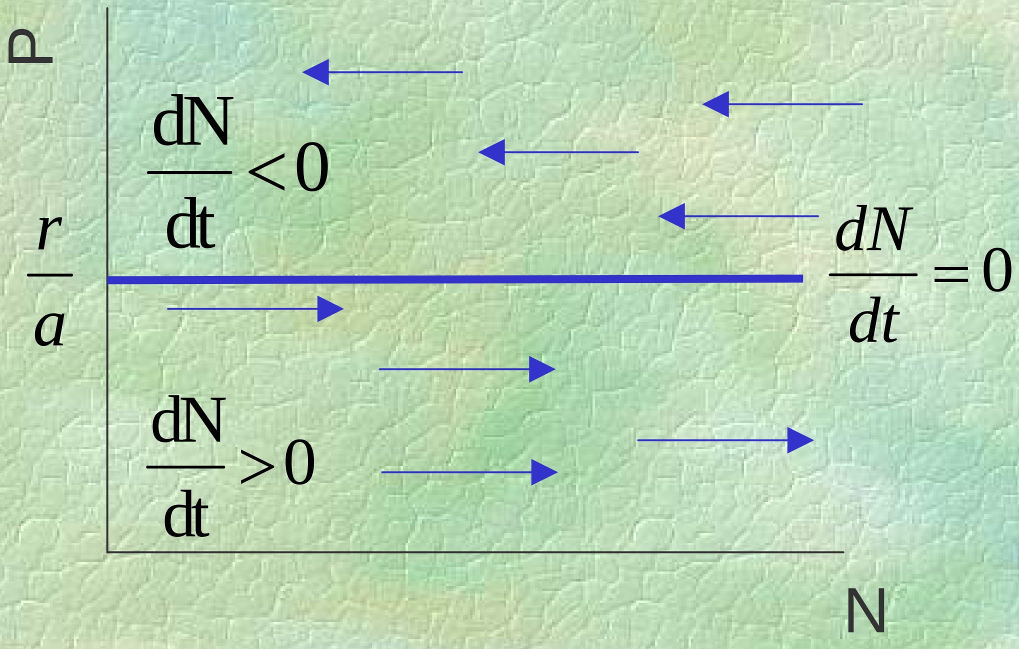
$$\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}} = 0$$

$$\frac{dN}{dt} = rN - aNP = 0$$

$$r - aP = 0$$

$$P^* = \frac{r}{a}$$

Plano de fase



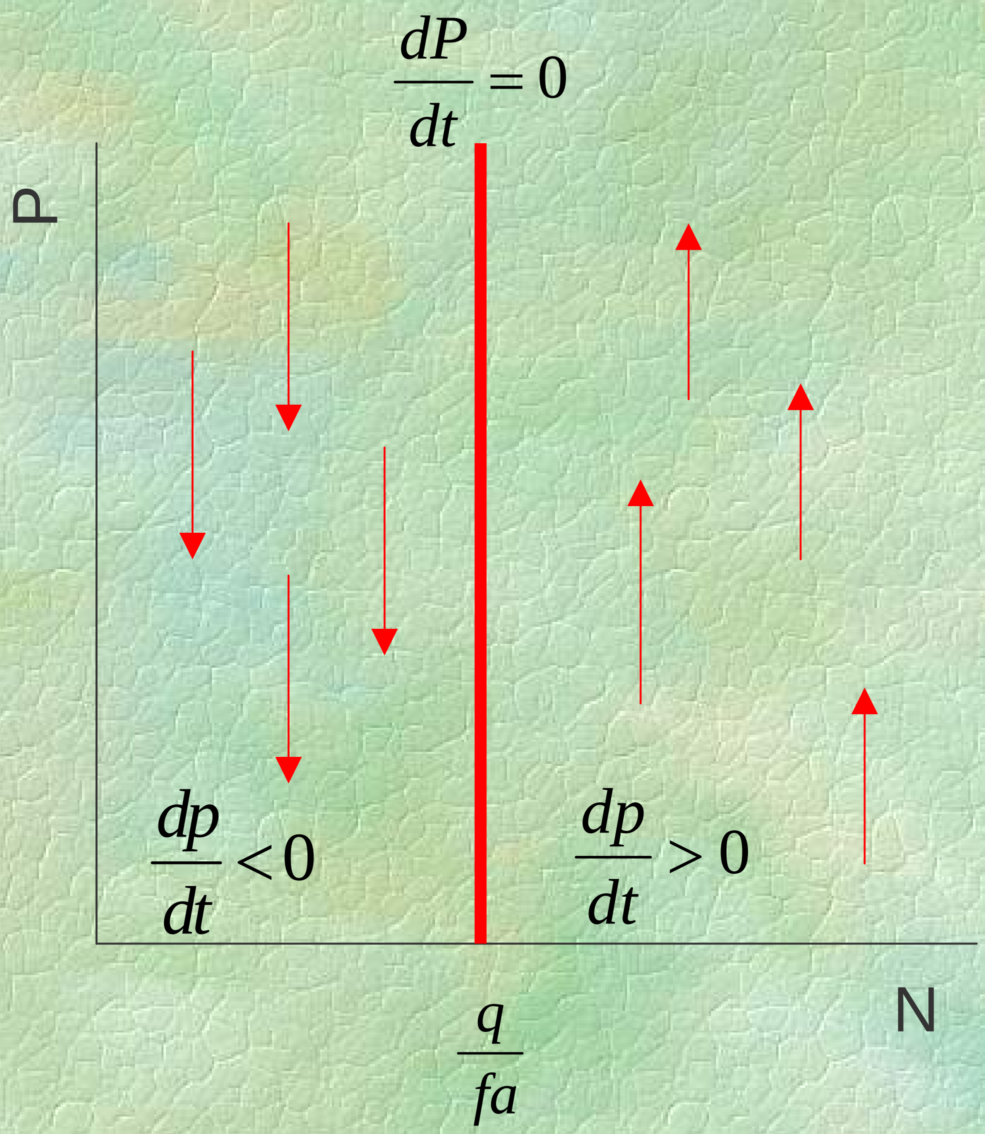
isoclinas para crescimento nulo para predadores:

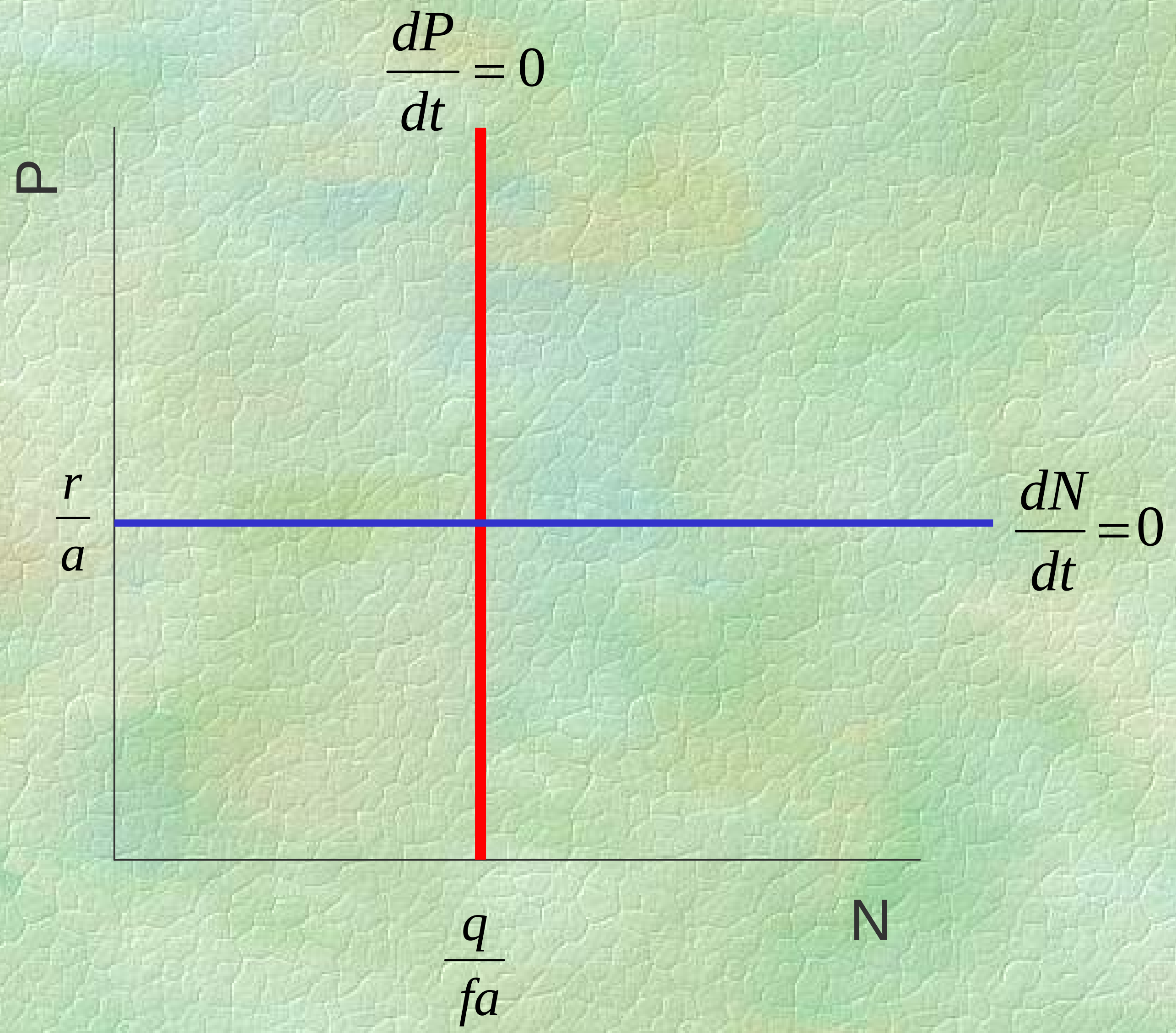
$$\frac{dP}{dt} = 0$$

$$\frac{dP}{dt} = faNP - qP = 0$$

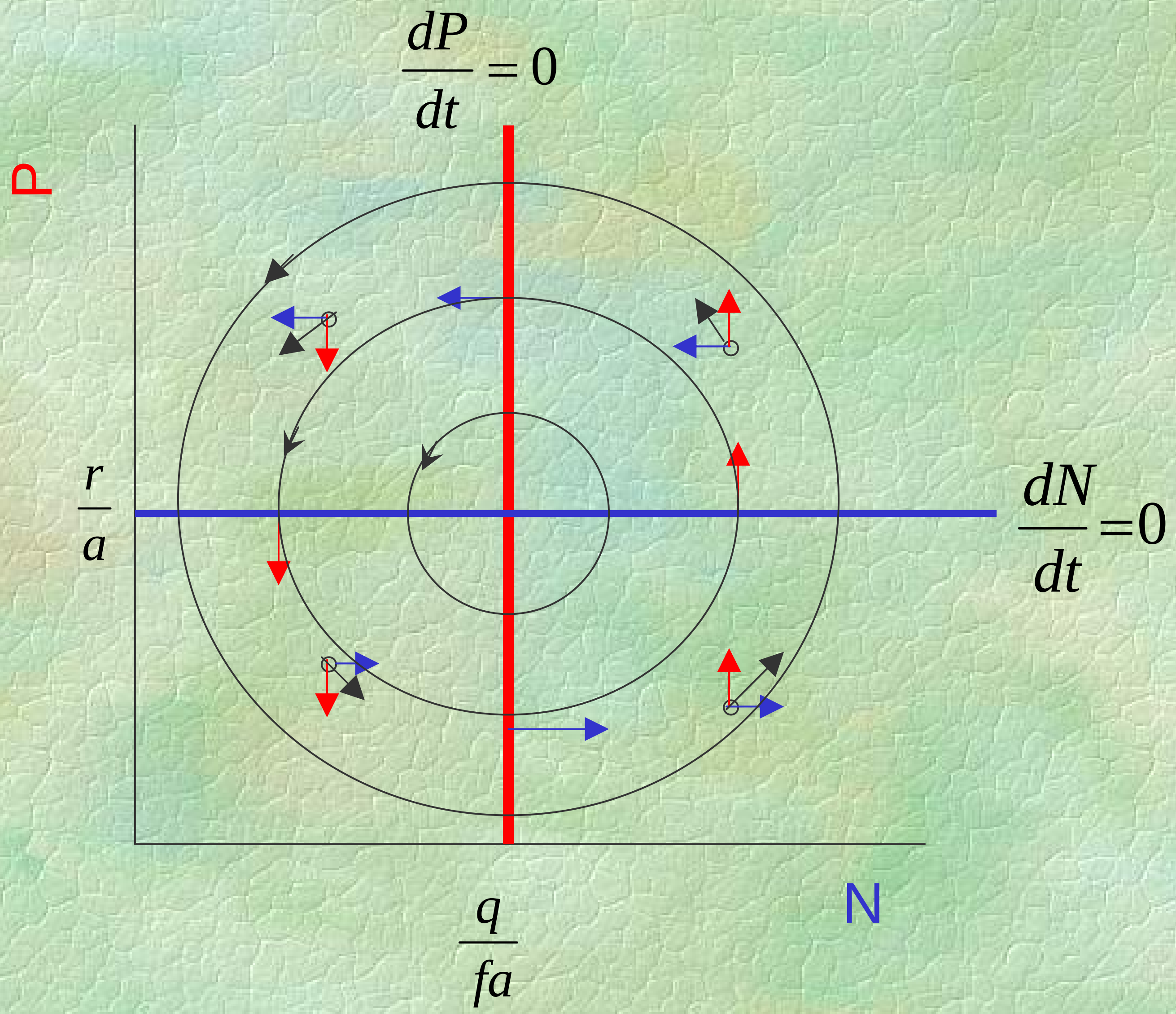
$$faN - q = 0$$

$$N^* = \frac{q}{fa}$$



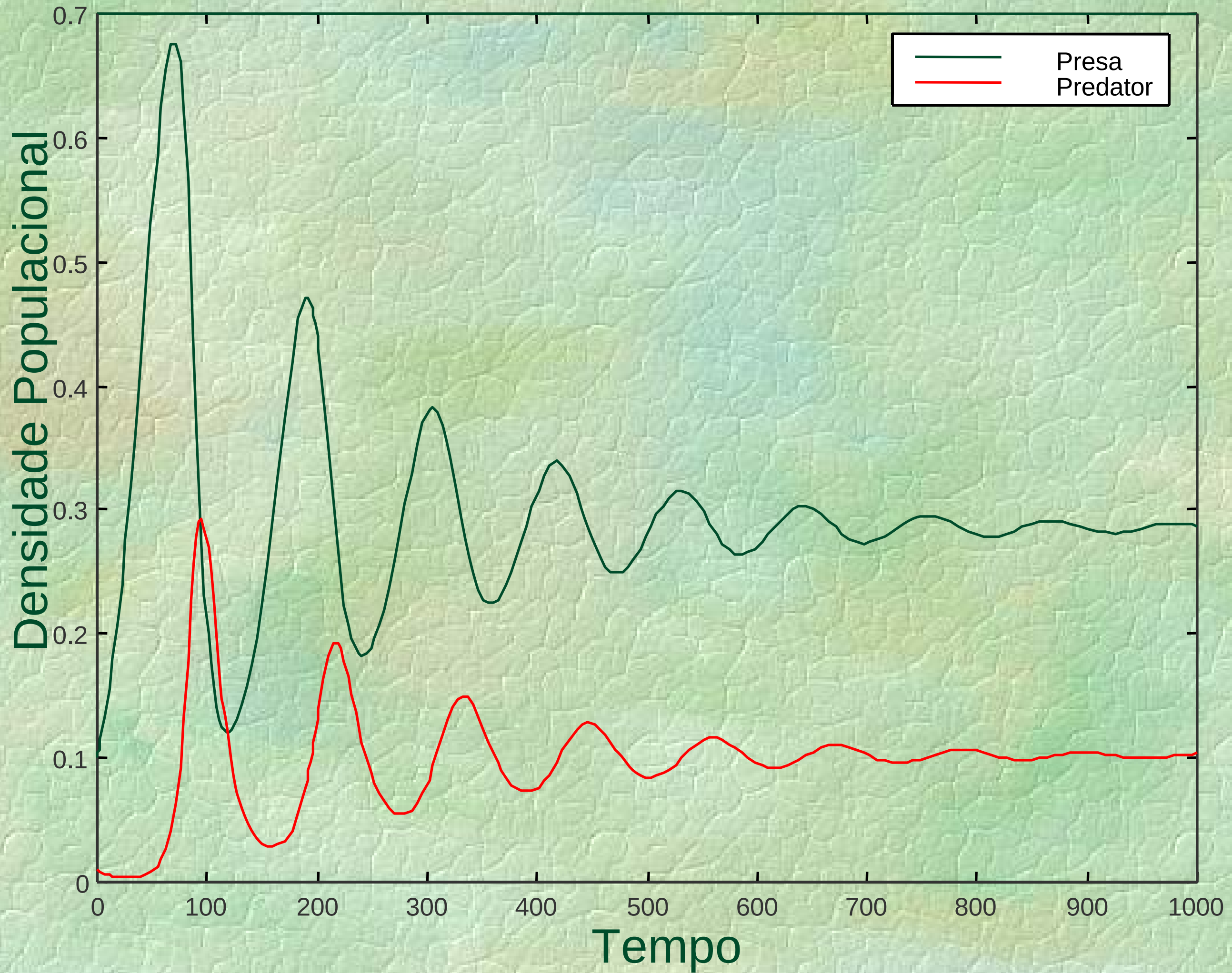


$\frac{dP}{dt} = 0$
P
$\frac{r}{a}$
$\frac{dN}{dt} = 0$
$\frac{q}{fa}$
N



$\frac{dP}{dt} = 0$
P
$\frac{r}{a}$
$\frac{dN}{dt} = 0$
$\frac{q}{fa}$
N

duas populações



fim