

## CAPÍTULO 9: MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO

### 9.1 EQUAÇÃO DE DARCY

O esquema da Figura 9.1 representa uma coluna de solo saturada através da qual está havendo um fluxo de água no sentido descendente. Como se pode verificar, por esta figura, há dois piezômetros nela instalados: um no ponto C (ponto de cima) e um no ponto B (ponto de baixo). Além disso, está-se mantendo, durante o movimento, uma carga hidráulica constante (representada pelo pequeno triângulo com um de seus vértices tocando a superfície livre de água) nas duas extremidades da coluna. Com esse arranjo experimental, depois de um certo tempo, atinge-se uma condição de equilíbrio dinâmico, isto é, uma situação em que os valores da vazão  $Q$  e dos potenciais total  $\phi$  e de pressão  $\phi_p$  não variam mais com o tempo. Observe que o potencial total é lido diretamente no manômetro como sendo a distância da referência gravitacional (RG) à superfície de água no tubo manométrico.

Se desenvolvermos um experimento com o arranjo experimental da Figura 9.1 para diferentes valores de  $L$  (comprimento de solo entre os pontos C e B), de  $A$  (área da secção transversal da coluna), de  $\phi(C)$  e de  $\phi(B)$  chegaremos às seguintes conclusões:

1<sup>a</sup>. A vazão  $Q$ , isto é, o volume de água que atravessa a coluna por unidade de tempo é proporcional a  $A$ , isto é, em símbolos:

$$Q \propto A \quad (9.1)$$

2<sup>a</sup>. A vazão  $Q$  é proporcional à diferença de potencial total  $\phi(C) - \phi(B)$  através do solo:

$$Q \propto [\phi(C) - \phi(B)] \quad (9.2)$$

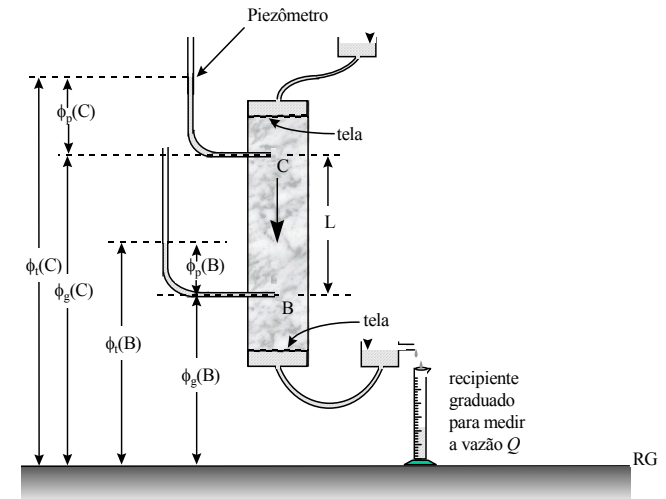


Figura 9.1 - Fluxo da água em solo saturado: diagrama do arranjo experimental para a comprovação da lei de Darcy.

3<sup>a</sup>. A vazão  $Q$  é inversamente proporcional ao comprimento  $L$  de solo:

$$Q \propto \frac{1}{L} \quad (9.3)$$

Quando uma grandeza é simultaneamente proporcional a várias outras, é também proporcional ao produto delas. Assim, a combinação destas três conclusões resulta em:

$$Q \propto A \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} \quad (9.4)$$

Substituindo, então, o símbolo de proporcionalidade por uma constante de proporcionalidade  $K_o$ , obtém-se:

$$Q = K_o A \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} \quad (9.5)$$

Este tipo de experimento que levou à obtenção da equação 9.5 foi desenvolvido pela primeira vez em 1856 pelo engenheiro hidráulico Henry Darcy,

daí a equação 9.5 ser conhecida pelo nome de **Lei de Darcy**. Na época, o que hoje estamos chamando de potencial total ( $\phi$ ), Darcy chamava de carga piezométrica.

Depreende da equação 9.5 que a constante de proporcionalidade  $K_o$  é uma constante que diz respeito à transmissão da água através do solo numa condição de saturação. Portanto, ela é uma propriedade que traduz a rapidez com que a água atravessa o solo quando saturado. Por esse motivo,  $K_o$  é denominada de **condutividade hidráulica do solo saturado**.

Se dividirmos ambos os membros da equação 9.5 por  $A$ , transformamos seu membro da esquerda numa vazão por unidade de área, isto é, num volume de água que passa verticalmente para baixo [se  $\phi(C) > \phi(B)$ ] ou para cima [se  $\phi(C) < \phi(B)$ ] através da unidade de área da secção transversal da coluna, por unidade de tempo. Assim:

$$q_o = \frac{Q}{A} = K_o \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} \quad (9.6)$$

sendo  $q_o$  de valor igual a  $Q/A$ , denominado de **densidade de fluxo de água no solo saturado**.

Expressando o potencial da água do solo em metros e o comprimento  $L$  também em metros, verifica-se na equação 9.6 que a unidade de  $K_o$  é a mesma que a de  $q_o$ , normalmente  $m\ h^{-1}$ ,  $cm\ dia^{-1}$  ou outras.

Na utilização da equação 9.6 se mantivermos sempre a diferença  $\phi(C) - \phi(B)$ , isto é, sempre o valor do potencial total de cima menos o valor do potencial total de baixo e convencionarmos que quando o movimento é para baixo o valor de  $q_o$  é negativo e que quando o movimento é para cima o valor de  $q_o$  é positivo, tem-se que reescrever esta equação 9.6 com o sinal negativo, isto é,

$$q_o = -K_o \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} = -K_o \frac{\Delta\phi_t}{L} \quad (9.7)$$

para atender à convenção estipulada. Com isto, percebe-se, facilmente, que o sinal da quantidade  $[\phi(C) - \phi(B)]/L$ , denominada **gradiente de potencial total**, é sempre o inverso do sinal de  $q_o$ , ou seja, quando o valor do gradiente de  $\phi$  é positivo, o valor da densidade de fluxo  $q_o$  é negativo e vice-versa.

A mesma equação 9.7, evidentemente, se aplica se tivermos uma situação de movimento horizontal. Neste caso, para atender a convenção de que quando  $q_o > 0$  o movimento é para direita e de que quando  $q_o < 0$  o movimento é para esquerda, tem-se que considerar sempre a diferença  $\phi(D) - \phi(E)$ , isto é, o valor do potencial total da direita menos o valor do potencial total da esquerda, ou seja, na equação (7) no lugar de  $\phi(C)$  coloca-se  $\phi(D)$  e no lugar de  $\phi(B)$  coloca-se  $\phi(E)$ . Note, também, que no movimento horizontal pelo fato de o potencial gravitacional ser o mesmo em D e em E, então  $[\phi(D) - \phi(E)] = [\phi(D) - \phi(E)]$ .

A mesma coluna de solo que na Figura 9.1 está em pé (na vertical) a qual, como discutimos no parágrafo anterior pode ser colocada deitada (na horizontal), pode também se encontrar inclinada. Também para esta coluna inclinada a mesma equação (equação 9.7) evidentemente se aplica. O importante é notar que, em qualquer caso (vertical, horizontal ou inclinada),  $L$  representa sempre o comprimento de solo ao longo da direção do movimento de água. Sugerimos ao leitor, como exercício, refazer a Figura 9.1 colocando a coluna na horizontal e inclinada.

## 9.2 RESISTÊNCIA HIDRÁULICA

A equação 9.7 pode ser utilizada para o cálculo da densidade de fluxo da água no solo saturado, desde que o valor da condutividade hidráulica possua um valor único em todo o percurso da água. Dessa forma, a equação 9.7 se aplica para solos homogêneos, não estratificados. No entanto, geralmente os solos naturais possuem uma certa estratificação, resultado dos próprios processos de formação do solo e/ou do manejo agrícola. No caso de movimento da água no solo, é óbvio que a condutividade hidráulica pode assim variar ao longo do percurso no solo e nesses caso a equação de Darcy não pode ser utilizada na forma apresentada (equação 9.7). Define-se para esses casos a resistência hidráulica ( $R_H$ ) do solo como sua espessura dividida pela sua condutividade hidráulica:

$$R_H = \frac{L}{K} \quad (9.8)$$

Fazendo análise dimensional de equação 9.8, verifica-se que a unidade da resistência hidráulica é a unidade de tempo,  $s$  no SI. Pela substituição da equação 9.8 na equação 9.7 obtemos uma segunda versão da Lei de Darcy:

$$q = -\frac{\Delta\phi_t}{R_H} \quad (9.9)$$

A vantagem de se trabalhar com a resistência hidráulica ao invés da condutividade hidráulica é que, no caso do movimento da água por um solo estratificado, as resistências das camadas podem ser somadas para se encontrar a resistência total.

## 9.3 MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO NÃO SATURADO

A equação 9.7 que, como vimos, se aplica para o fluxo da água em solo saturado foi generalizada mais tarde, principalmente, por Buckingham, em 1907, para a condição de fluxo em solo não saturado, como:

$$q = -K(\theta) \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} = -K(\theta) \frac{\Delta\phi_t}{L} \quad (9.10)$$

Nesta equação 9.10, hoje denominada de **equação de Darcy-Buckingham**,  $K(\theta)$  é a função condutividade hidráulica e  $\phi = \phi_s(\theta) + \phi_m$ , sendo  $\phi_s(\theta)$  a função potencial mátrico;  $\theta$  é a umidade volumétrica do solo. Foi Buckingham quem introduziu na Ciência do Solo as funções  $\phi_s = \phi_s(\theta)$  e  $K = K(\theta)$ .

À semelhança da equação 9.7, verifica-se facilmente que a interpretação física dos parâmetros e do sinal negativo da equação 9.10 é idêntica a dos parâmetros e do sinal negativo da equação 9.7, com a diferença de que, agora, o solo é não saturado (Figura 9.2). A propósito, observe a semelhança entre as equações 9.7 e 9.10. Na realidade a equação 9.7 é um caso particular da equação 9.10, visto que, quando a movimento da água é sob condição saturada,  $\theta = \theta_s$  (conteúdo de água de saturação),  $K(\theta) = K_s$  (condutividade hidráulica do solo saturado),  $\phi = \phi_s + \phi_m$  e a equação 9.10 se torna idêntica à equação 9.7. Sugerimos também, neste caso de fluxo em solo não saturado, que o leitor refaça a Figura 9.2 com a coluna de solo na horizontal e inclinada. A placa porosa nos extremos da coluna da Figura 9.2 é necessária para que se possa aplicar a tensão desejada ao longo do seu comprimento, a fim de provocar a dessaturação do solo. A coluna deve também ser perfurada para que o ar possa nela entrar e substituir a água quando deste processo de dessaturação.

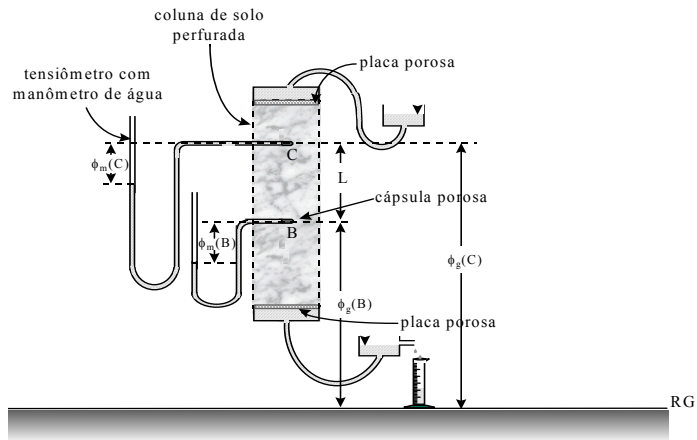
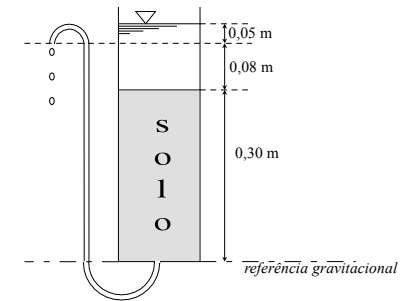


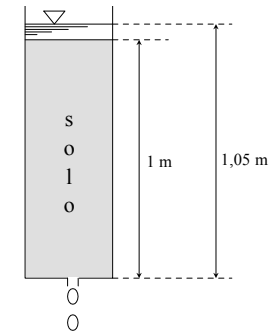
Figura 9.2 - Fluxo da água em solo não saturado: diagrama do arranjo experimental para comprovação da equação de Darcy-Buckingham.

EXERCÍCIOS

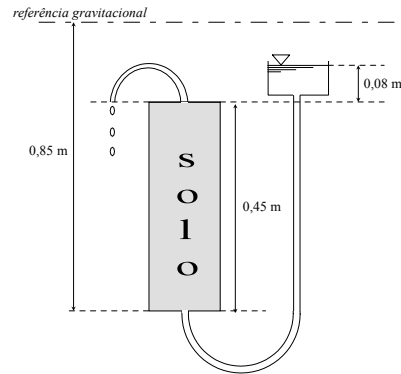
- 9.1 Faça os diagramas de potencial para as configurações experimentais das questões 9.2 a 9.4.
- 9.2 No arranjo a seguir, quanto vale a densidade de fluxo de água se o valor da condutividade hidráulica é 0,014 mm/s ? (R: 0,0023 mm/s)



- 9.3 Sendo  $K=100$  mm/h e  $A=0,01$  m<sup>2</sup>, pergunta-se: quanto tempo é necessário para se ter 200 ml de solução passando através da coluna abaixo ? (R: 0,19 h)



- 9.4 Quanto tempo é necessário para que  $15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$  de solução flua através da coluna com solo abaixo? (dado:  $A=0,01 \text{ m}^2$ ;  $K=12 \mu\text{m/s}$ ). (R: 703 s)



- 9.5 Uma coluna contém 50 cm de areia com uma condutividade hidráulica de 100 cm/dia. A coluna é colocada em posição vertical. Água é aplicada na superfície da areia, mantendo-se uma lâmina constante de 10 cm acima da sua superfície. No lado inferior encontra-se uma abertura.
- Determinar o valor dos potenciais no lado superior e inferior da areia com a abertura fechada e com a abertura aberta;
  - Calcular a densidade de fluxo de água através da coluna. (R: 120 cm/dia)
- 9.6 A mesma coluna da questão anterior é colocada em posição horizontal. Mantém-se a pressão de 10 cm de água no lado da entrada de água. Calcular as mesmas grandezas da questão anterior. (R: 20 cm/dia)
- 9.7 A mesma coluna da questão 5 é preenchida com 15 cm de silte ( $K = 10 \text{ cm/dia}$ ) e, acima do silte, 35 cm de areia com  $K = 100 \text{ cm/dia}$ . A coluna é colocada em posição vertical. Água é aplicada na superfície da areia, mantendo-se uma lâmina constante de 10 cm acima da sua superfície.
- Calcular a resistência hídrica da coluna; (R: 1,85 dia)
  - Calcular a densidade de fluxo de água através da coluna; (R: 32,43 cm/dia)
  - Calcular o potencial total na interface areia-silte; (R: 48,65 cm, com RG na base)

- d) Desenhar um gráfico representando os potenciais gravitacional, de pressão e total em função da profundidade na coluna.